

doi: 10.67563/ASESCONF2026096Z

Milica Živković¹, Anina Glumac², Miroslav Marjanović²

ANALYSIS OF THE AEROELASTIC PHENOMENON OF VORTEX SHEDDING ON A LIGHTING MAST USING ANNEX E OF EUROCODE 1

Summary: In slender structures, vortex shedding induces oscillations perpendicular to the direction of the wind flow. This paper presents the calculation of the maximum amplitudes of transverse oscillations using Approach 1 of Annex E of Eurocode 1-4. The analysis was conducted on a 39.3 m high floodlight mast during its construction phase, before the installation of lighting equipment. The results indicate that the critical wind velocities occur within the low-velocity range, for which the maximum displacement amplitudes of the first and second vibration modes were determined. Given that Annex E of the SRPS EN 1991-1-4 is informative and not mandatory for application, this study demonstrates its practical importance.

Keywords: wind, vortex-shedding, Eurocode, oscillations, slender structures

ANALIZA AEROELASTIČNOG FENOMENA ODVAJANJA VRTLOGA KOD REFLEKTORSKOG STUBA PRIMENOM EVROKODA 1

Rezime: Kod vitkih konstrukcija, odvajanje vrtloga izaziva oscilacije upravne na pravac strujanja vetra. U ovom radu izvršen je proračun maksimalnih amplituda poprečnih oscilacija primenom Pristupa 1 Priloga E Evrokoda 1-4 (SRPS EN 1991-1-4), na primeru reflektorskog stuba visine 39.3 metra u fazi izgradnje, bez reflektorske opreme. Rezultati pokazuju da se kritične brzine vetra javljaju u domenu brzina nižem od karakterističnih srednjih brzina na lokaciji. Sračunate su maksimalne amplitude pomeranja za prvi i drugi ton oscilovanja. S obzirom na to da je Prilog E, Evrokoda 1991-1-4 informativnog karaktera i nije obavezan za primenu, ovaj rad demonstrira njegovu praktičnu važnost.

Ključne reči: vetar, odvajanje vrtloga, Evrokod, oscilacije, vitke konstrukcije

¹ University of Belgrade – Faculty of Civil Engineering, Belgrade, Serbia, mizivkovic@grf.bg.ac.rs

² University of Belgrade – Faculty of Civil Engineering, Belgrade, Serbia

1. UVOD

Fenomen odvajanja vrtloga predstavlja osnovni nestacionarni aerodinamički mehanizam koji nastaje pri strujanju vetra oko tela neaerodinamičnog oblika. Pri tome dolazi do naizmeničnog odvajanja vrtloga sa bočnih strana tela u odnosu na pravac strujanja vetra i formira se oscilatorno polje pritisaka, što dovodi do pojave periodičnih bočnih aerodinamičkih sila. Kod vitkih konzolnih konstrukcija, kao što su jarboli, stubovi i dimnjaci, ova pojava može izazvati značajne poprečne oscilacije konstrukcije, koje mogu dovesti do loma usled zamora materijala [3,4].

Kod cilindričnih poprečnih preseka pojava periodičnog, organizovanog odvajanja vrtloga, poznatog kao von Kármánov vrtložni trag, javlja se samo u određenom opsegu Rejnoldsovog broja (Re). Za vrlo male vrednosti Rejnoldsovog broja ne dolazi do odvajanja toka od cilindra. Sa porastom Re formiraju se dva simetrična vrtloga iza cilindra, koji se pri daljem porastu Re izdužuju, nakon čega počinje njihovo naizmenično odvajanje i formiranje organizovanog vrtložnog traga sa izraženom dominantnom frekvencijom. Strouhalov broj (St) je bezdimenzionalni parametar koji definiše linearnu vezu između te frekvencije odvajanja vrtloga, karakteristične dimenzije preseka i brzine vetra [4].

$$St = \frac{b \cdot f_s}{v}, \quad (1)$$

gde je:

b – dimenzija referentnog poprečnog preseka,

f_s – frekvencija odvajanja vrtloga,

v – brzina vetra



Slika 1: Von Kármánov vrtložni trag [3]

Za cilindrične preseke, vrednost Strouhalovog broja zavisi od Rejnoldsovog broja, dok je kod preseka sa oštrim ivicama konstanta. Za Re u opsegu od oko 300 do $3 \cdot 10^5$, strujanje karakteriše subkritični režim sa organizovanim periodičnim odvajanjem vrtloga, dok je granični sloj na površini cilindra još uvek laminaran. Pri Re od $3 \cdot 10^5$ do $3.5 \cdot 10^6$, u kritičnom režimu, granični sloj prelazi u turbulentni, odvajanje vrtloga postaje neorganizovano i Strouhalov broj gubi fizički smisao. U natkritičnom režimu, pri Re iznad $3.5 \cdot 10^6$, periodično odvajanje vrtloga se ponovo uspostavlja i St poprima stabilnu karakterističnu vrednost za cilindrični presek [4].

Kada frekvencija odvajanja vrtloga postane bliska sopstvenoj frekvenciji konstrukcije, dolazi do izraženog porasta amplitude oscilacija i snažne interakcije između strujanja i konstrukcije. Ove vibracije predstavljaju ograničene (samolimitirajuće) prinudne vibracije, jer se njihova amplituda, usled dejstva strukturnog i aerodinamičkog prigušenja, kao i nelinearne interakcije između strujanja i konstrukcije, stabilizuje na konačnoj vrednosti.

Eksperimentalno je uočeno da izražene vibracije konstrukcije nameću sopstvenu frekvenciju procesu odvajanja vrtloga, usled čega frekvencija odvajanja odstupa od vrednosti određene Strouhalovim zakonom. Ova pojava naziva se sinhronizacija ili lock-in. Promena brzine vetra u zoni lock-in ne dovodi nužno do prekida sinhronizacije, već se odvajanje vrtloga nastavlja na sopstvenoj frekvenciji konstrukcije u određenom opsegu brzina [3,4].

Za proračun dinamičkog odgovora usled odvajanja vrtloga u literaturi i standardima postoje dva osnovna pristupa. Prvi, rezonantni metod, koji su razvili Ruscheweyh i Sedlacek [5], zasniva se na konceptu efektivne dužine korelacije. Pretpostavlja se da vrtlozi deluju koherentno samo

duž ograničenog dela konstrukcije, dok ostatak deluje prigušujuće. Amplituda oscilacija određuje se deterministički, pri čemu efektivna dužina korelacije raste sa amplitudom oscilacija, što uvodi nelinearnost u proračun.

Drugi, spektralni metod, zasniva se na stohastičkom modelu koji su razvili Vickery i Basu [6], gde se vrtložna pobuda tretira kao slučajni proces opisan spektralnom gustinom snage. Ovaj model uzima u obzir turbulenciju dolaznog vetra i nekoherentni deo vrtložnih sila kao izvor aerodinamičkog prigušenja.

Modeli za određivanje dinamičkog odgovora usled odvajanja vrtloga primenjeni su i u brojnim međunarodnim standardima za projektovanje vitkih konstrukcija [2]. Spektralna metoda, koja se zasniva na Vickery–Basu modelu [6], deo je CICIND-2011 [8], kanadskog standarda NBCC [9], brazilskog standarda za dejstvo vetra, kao i Pristupa 2 datog u SRPS EN 1991-1-4 [1]. Nasuprot tome, australijsko-novozelandski standard [7] i Pristup 1 iz [1] zasnovani su na Ruscheweyhevom modelu [5].

Iako je Prilog E standarda SRPS EN 1991-1-4 informativnog karaktera, kompleksnost fenomena odvajanja vrtloga i potencijalne posledice po trajnost vitkih konstrukcija čine njegovu primenu inženjerski opravdanom. Sama proračunska procedura zahteva niz međukoraka i iterativnih postupaka koji nisu eksplicitno objašnjeni u standardu. Cilj ovog rada je da na primeru čeličnog reflektorskog stuba visine 39.3 m predstavi praktičnu primenu ove procedure i ukaže na njenu iterativnu prirodu. Analiza je sprovedena za prva dva tona oscilovanja, dok bi potpuna analiza obuhvatila sve tonove za koje je $v_{crit} < 1.25 \cdot v_m$, što prevazilazi okvire ovog rada.

2. METODOLOGIJA PRORAČUNA PREMA SRPS EN 1991-1-4

Osnovni cilj proračuna dinamičkog odgovora usled odvajanja vrtloga je određivanje maksimalne amplitude poprečnih oscilacija $y_{F,max}$. Kao što je pomenuto u uvodu, u ovom radu razmatra se Pristup 1, zasnovan na konceptu efektivne dužine korelacije, prema kome se maksimalna amplituda poprečnih oscilacija računa prema sledećem izrazu [1]:

$$y_{F,max} = b \cdot \frac{1}{St^2} \cdot \frac{1}{Sc} \cdot K \cdot K_W \cdot c_{lat}, \quad (2)$$

gde je:

b – prečnik referentnog poprečnog preseka u kome dolazi do odvajanja vrtloga,

St – Strouhalov broj,

Sc – Skratonov broj,

K – Koeficijent oblika tona oscilovanja,

K_W – Koeficijent efektivne dužine korelacije,

c_{lat} – koeficijent bočne sile.

2.1. OSNOVNI PARAMETRI I KRITERIJUMI ANALIZE ODVAJANJA VRTLOGA

Osnovni kriterijum po vitkosti je da odnos najveće i najmanje dimenzije u ravni upravnoj na pravac vetra iznosi $h/b > 6$. Pored toga neophodno je određivanje kritične brzine vetra $v_{crit,i}$. To je brzina pri kojoj se frekvencija odvajanja vrtloga izjednačava sa sopstvenom frekvencijom konstrukcije, usled čega dolazi do pojačanog dinamičkog odgovora konstrukcije. Kritična brzina vetra za i -ti ton oscilovanja računa se prema izrazu [1]:

$$v_{crit,i} = \frac{b \cdot f_{i,y}}{St}, \quad (3)$$

gde je:

$v_{crit,i}$ – kritična brzina vetra za oblik tona i oscilovanja za savijanje upravno na pravac vetra,

b – dimenzija referentnog poprečnog preseka,

$f_{i,y}$ – sopstvena frekvencija razmatranog i-tog tona oscilovanja za savijanje upravno na pravac vetra.

Prema SRPS EN 1991-1-4, ukoliko je $v_{crit,i} > 1.25v_m$, gde je v_m karakteristična desetominutna srednja brzina vetra na visini referentnog poprečnog preseka određena prema izrazu 4.3 SRPS EN 1991-1-4 [1], nije potrebno sprovesti kontrolu odvajanja vrtloga.

2.1.1. Strouhalov broj

Strouhalov broj definisan je u uvodu rada. Za najčešće analizirane, kružne cilindrične poprečne preseke, u široj literaturi se tradicionalno usvaja pojednostavljena vrednost $St = 0.20$ [2]. Uvođenjem aktuelnog standarda SRPS EN 1991-1-4, ova vrednost je fiksirana na 0.18 za sve Reynoldsove brojeve [1].

2.1.2. Skratonov broj

Skratonov broj predstavlja meru osetljivosti konstrukcije na aeroelastične oscilacije i direktno zavisi od konstrukcijskog prigušenja i mase objekta. Računa se prema sledećem izrazu:

$$Sc = \frac{2 \cdot \delta_s \cdot m_{e,i}}{\rho \cdot b^2}, \quad (4)$$

gde je:

δ_s – konstrukcijsko prigušenje,

$m_{e,i}$ – ekvivalentna masa po jedinici dužine konstrukcije za i -ti ton,

ρ – gustina vazduha,

b – dimenzija referentnog poprečnog preseka.

2.1.3. Koeficijent bočne sile

Koeficijent bočne sile c_{lat} je statistička mera intenziteta fluktuacija poprečne sile [2]. Prema SRPS EN 1991-1-4 koeficijent bočne sile zavisi od oblika poprečnog preseka i odnosa kritične brzine za posmatrani ton i srednje brzine u središtu efektivne dužine korelacije $v_{crit,i}/v_{m,L_j}$. Gde v_{m,L_j} predstavlja karakterističnu desetominutnu srednju brzinu vetra na središtu efektivne dužine korelacije određena prema izrazu 4.3 SRPS EN 1991-1-4 [1].

Za kružne poprečne preseke zavisi i od Reynoldsovog broja pri kritičnoj brzini za razmatrani ton oscilovanja i dimenziju referentnog preseka definisanog izrazom:

$$Re(v_{crit,i}) = \frac{b \cdot v_{crit,i}}{\nu}, \quad (5)$$

gde je:

$Re(v_{crit,i})$ – Reynoldsov broj pri kritičnoj brzini za i -ti ton oscilovanja,

$v_{crit,i}$ – kritična brzina vetra za oblik tona i oscilovanja za savijanje upravno na pravac vetra,

ν – kinematička viskoznost vazduha.

2.1.4. Efektivna dužina korelacije

Efektivna dužina korelacije L_j definiše prostorni opseg duž ose konstrukcije unutar kojeg se vrtlozi odvajaju sinhronizovano, pa sile u svim tačkama te zone deluju u istom smeru i sabiraju se. Van te zone odvajanje je nesinhronizovano i ukupna rezultujuća sila je zanemarljiva [2].

Efektivna dužina korelacije definisana je u SRPS EN 1991-1-4 kao funkcija referentne širine b i bezdimenzionalnog odnosa $y_{F,max}/b$, gde $y_{F,max}$ predstavlja maksimalnu amplitudu poprečnih oscilacija u referentnom preseku, a b dimenziju referentnog poprečnog preseka.

2.2. UTICAJ MODALNIH KARAKTERISTIKA I EFEKTIVNE MASE

U okviru Pristupa 1, uticaj raspodele mase i forme oscilovanja konstrukcije uzima se u obzir preko normalizovanog oblika tona $\Phi_{i,y}(s)$. Ovi uticaji u konačni izraz za amplitudu pomeranja ulaze kroz dva ključna modalna parametra: efektivnu masu po jedinici dužine i faktor oblika tona.

2.2.1. Ekvivalentna masa po jedinici dužine

Ekvivalentna masa po jedinici dužine $m_{e,i}$ kvantifikuje efektivno učešće mase konstrukcije u dinamičkom odgovoru u i -tom tonu oscilovanja. Određuje se prema Prilogu F.4 standarda [1]:

$$m_{e,i} = \frac{\int_0^{\ell_j} m(s) \cdot \Phi_{i,y}^2(s) ds}{\int_0^{\ell_j} \Phi_{i,y}^2(s) ds} \quad (6)$$

Normirani oblik tona oscilovanja $\Phi_{i,y}(s)$ opisuje relativnu raspodelu poprečnih pomeranja duž ose konstrukcije u i -tom tonu oscilovanja, pri čemu je maksimalna vrednost normirana na jedinicu prema zahtevima tačke E.1.4. [1]. Kvadrat normiranog oblika tona $\Phi_{i,y}^2(s)$ predstavlja težinski koeficijent. Masa elementa konstrukcije na visini s doprinosi ekvivalentnoj masi srazmerno kvadratu svog ugiba u razmatranom obliku tona.

2.2.2. Koeficijent oblika tona oscilovanja

Koeficijent oblika tona oscilovanja K matematički je parametar koji proističe iz izvođenja rezonantnog modela i nema neposredno fizičko tumačenje [2]. Određuje se integracijom oblika tona oscilovanja po zonama između čvorova oblika oscilovanja, prema izrazu:

$$K = \frac{\sum_{j=1}^m \int_{\ell_j} |\Phi_{i,y}(s)| ds}{4\pi * \int_0^{\ell_j} \Phi_{i,y}^2(s) ds}, \quad (7)$$

gde ℓ_j prema SRPS EN 1991-1-4 predstavlja dužinu konstrukcije između dve prevojne tačke, za konzole standard propisuje da je ova dužina jednaka visini konzolnog elementa.

2.3. KOEFICIJENT EFEKTIVNE DUŽINE KORELACIJE

Koeficijent K_w predstavlja normalizovanu meru razvijenosti oblika tona oscilovanja unutar efektivne dužine korelacije L_j u odnosu na oblik oscilovanja duž cele konstrukcije. Prikazan je sledećom formulom u SRPS EN 1991-1-4 [1]:

$$K_w = \frac{\sum_{j=1}^n \int_{L_j} |\Phi_{i,y}(s)| ds}{\sum_{i=1}^m \int_{\ell_i} |\Phi_{i,y}(s)| ds} \leq 0.6 \quad (8)$$

2.4. ITERATIVNI POSTUPAK ODREĐIVANJA MAKSIMALNE AMPLITUDE POPREČNIH OSCILACIJA

Postupak proračuna maksimalne amplitude poprečnih oscilacija po svojoj prirodi je iterativan, iako SRPS EN 1991-1-4 to ne definiše eksplicitno. Iz izraza (2) sledi da $y_{F,max}$ zavisi od koeficijenata c_{lat} i K_w , koji su prema Tabelama E.3 i E.4 [1] definisani u funkciji efektivne dužine korelacije L_j . Efektivna dužina korelacije je pak prema Tabeli E.4 [1] definisana u funkciji bezdimenzionalne amplitude y_F/b , iste veličine koja predstavlja traženi rezultat proračuna. Iterativni postupak i kriterijum konvergencije nisu propisani već proističu iz međuzavisnosti ovih veličina. Postupak je sledeći: pretpostavlja se vrednost y_F/b , određuje se L_j , a zatim K_w i c_{lat} , što omogućava proračun nove vrednosti y_F/b . Postupak se ponavlja do konvergencije, koja se može usvojiti kada je razlika između dve uzastopne iteracije manja od 1‰.

3. NUMERIČKI PRIMER

Numerički primer prikazuje proračunsku proceduru na čeličnom konusnom reflektorskom stubu ukupne visine 39.3 m, za slučaj analize u fazi izgradnje bez reflektorske opreme.

3.1. OPIS KONSTRUKCIJE I GEOMETRIJSKE KARAKTERISTIKE

Analizira se čelični konusni reflektorski stub ukupne visine $h = 39.3$ m, sastavljen od pet segmenata promenljivog kružnog šupljeg poprečnog preseka (Tabela 1). Materijal je čelik ($E = 210$ GPa, $\rho_c = 7850$ kg/m³).

Tabela 1: Geometrijske karakteristike konstrukcije

Segment	$z_{poč}$ [m]	z_{kraj} [m]	D_{baza} [mm]	D_{vrh} [mm]
MK-1	0	6.5	1157	995
MK-2	6.5	16.3	1009	764
MK-3	16.3	25.9	778	538
MK-4	25.9	35	553	325
MK-5	35	39.3	325	325

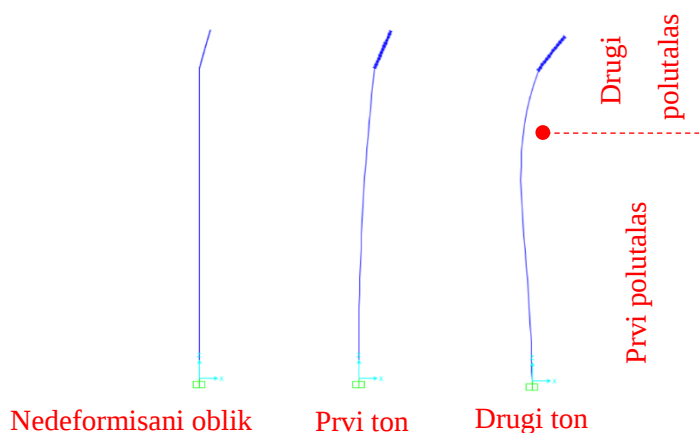
Ulazni parametri preuzeti su u skladu sa standardom SRPS EN 1991-1-4 i njegovim nacionalnim prilogom: fundamentalna osnovna brzina vetra $v_{b,0} = 19$ m/s, u skladu sa lokacijom, kategorija terena II ($z_0 = 0.05$ m), gustina vazduha $\rho = 1.25$ kg/m³, koeficijent pravca $c_{dir} = 1.00$, koeficijent sezonskog dejstva $c_{season} = 1.00$, koeficijent topografije $c_o = 1.00$. Dimenzije konstrukcije zadovoljavaju uslov vitkosti za analizu odvajanja vrtloga propisan prema SRPS EN 1991-1-4, $h/b > 6$.

3.2. MODALNA ANALIZA

Sopstvene frekvencije i oblici oscilovanja dobijeni su iz modela razvijenog u komercijalnom softveru SAP2000, zasnovanom na metodu konačnih elemenata. Primenjen je gredni model, odnosno stub je modeliran linijskim elementima sa odgovarajućim graničnim uslovima:

- prvi ton: $f_1 = 0.72$ Hz
- drugi ton: $f_2 = 2.62$ Hz

Za prvi ton maksimalno pomeranje javlja se na vrhu stuba ($z = 39.3$ m), a za drugi ton u čvorovima na visinama $z = 25.9$ m i $z = 39.3$ m.



Slika 2: Prikaz tonova oscilovanja konstrukcije

3.3. PRORAČUN PREMA PRILOGU E STANDARDA SRPS EN 1991-1-4

3.3.1. Kritična brzina vetra

Proračun je sproveden prema proceduri opisanoj u poglavlju 2. Kritična brzina vetra $v_{crit,i}$ određena je prema izrazu (3), pri čemu je za kružni cilindrični presek usvojen Strouhalov broj $St = 0.18$ prema preporukama.

Referentni poprečni presek b usvaja se u tački maksimalne defleksije oblika tona. Za drugi ton postoje dva preseka sa različitim referentnim širinama preseka, te se analiza sprovodi za oba.

Tabela 2: Kritične brzine i karakteristični preseki

ton	f_i [Hz]	b [mm]	Strouhalov broj	$v_{crit,i}$ [m/s]	$1.25v_m$	$v_{crit,i} < 1.25v_m$
1	0.72	325	0.18	1.30	30.09	da
2	2.62	325	0.18	4.74	30.09	da
2	2.62	552.5	0.18	8.06	28.2	da

3.3.2. Ekvivalentna masa po jedinici dužine

Ekvivalentna masa po jedinici dužine određena je numeričkom integracijom prema izrazu (6) datim u Prilogu F.4 standarda. Integral je aproksimiran sumom po čvorovima modela prema pripadajućoj dužini. Dobijene vrednosti po tonovima su: $m_{e,I} = 93.01$ kg/m i $m_{e,II} = 113.64$ kg/m.

3.3.3. Skratonov broj i Reynoldsov broj

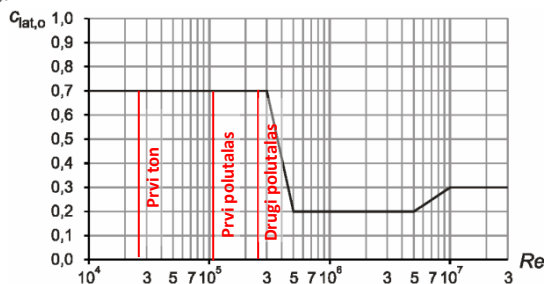
Pri proračunu je usvojen logaritamski dekrement konstrukcijskog prigušenja δ_s u skladu sa tipom konstrukcije prema tabeli F.2 [1]. Reynoldsov broj za v_{crit} određen je prema izrazu (5).

Tabela 3: Proračun Skratonovog i Reynoldsovog broja

ton	b [mm]	m_e [kg/m]	$\rho_{vazduha}$ [kg/m ³]	δ_s	Sc	$v_{crit,i}$ [m/s]	$Re(v_{crit})$ [10^4]
1	325	93.01	1.25	0.012	16.91	1.30	2.81
2	325	113.64	1.25	0.012	20.66	4.74	10.27
2	552.5	113.64	1.25	0.012	7.15	8.06	29.67

3.3.4. Koeficijent bočne sile

Osnovna vrednost koeficijenta bočne sile $c_{lat,0}$ očitana je sa Slike 3 [1] u funkciji Reynoldsovog broja pri kritičnoj brzini vetra. Za sve slučajeve kada je $Re < 3 \cdot 10^5$, što odgovara platou na dijagramu, usvaja se $c_{lat,0} = 0.70$.

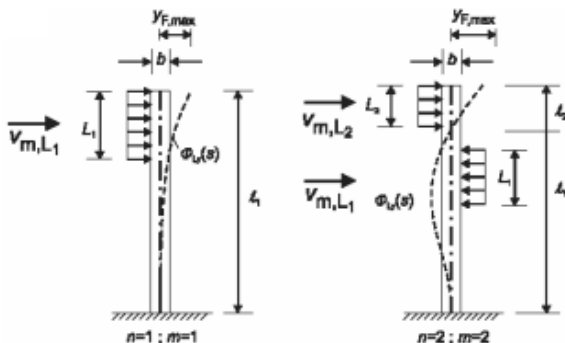


Slika 3: Očitavanje koeficijenta $c_{lat,0}$

Finalni koeficijent c_{lat} određuje se prema Tabeli E.3 [1] u funkciji odnosa $v_{crit,i}/v_{m,Lj}$, a efektivna dužina korelacije L_j prema Tabeli E.4 [1], u skladu sa opisanim iterativnim postupkom.

U svim tonovima početna pretpostavka je da je odnos $y_{F,max}/b < 0.1$. Tada je prema Tabeli E.4 [1] efektivna dužina korelacije $L_j=6b$.

3.3.5. Koeficijenti oblika tona K i efektivne dužine korelacije K_w



Slika 4: Položaj efektivnih dužina korelacije [1]

Koeficijent oblika tona K određen je numeričkom integracijom prema izrazu (7), trapeznom metodom po čvorovima modela. Dobijene vrednosti su za prvi ton $K = 0.129$ i za drugi ton $K = 0.16$. Koeficijent K_w određen je numeričkom integracijom prema izrazu (8), a integral je takođe aproksimiran trapeznom metodom po čvorovima modela. Za drugi ton, sa dva polutalasa sa različitim referentnim širinama preseka, integracija je sprovedena po efektivnim dužinama korelacije oba polutalasa. $L_{j,gornji} = 6 \cdot 0.325 = 1.95\text{m}$ i $L_{j,donji} = 6 \cdot 0.5525 = 3.315\text{ m}$. Dužine korelacije su postavljene prema Slici 4: $K_{w,prvi\ ton} = 0.145$ i $K_{w,drugi\ ton} = 0.275$, za prvu iteraciju.

3.3.6. Maksimalna amplituda oscilovanja $y_{F,MAX}$

Maksimalna amplituda poprečnih oscilacija $y_{F,max}$ određena je prema izrazu (2). Kompletni rezultati proračuna prikazani su u Tabeli 4.

Tabela 4: Proračun maksimalnih amplituda

	I ton	II ton - gornji polutalas	II ton - donji polutalas
$f_{i,y}$ [Hz]	0.72	2.62	2.62
b [mm]	325	325	552.5
$c_{lat,0}$	0.70	0.70	0.70
$v_{crit}/v_{m,Lj}$	0.032	0.159	0.290
c_{lat}	0.70	0.70	0.70
K	0.129	0.16	0.16
K_w	0.145	0.275	0.275
$y_{F,max}$ [mm]	7.5	15.77	73.48

Provera pretpostavke $y_F/b < 0.1$ pokazala je da je za prvi ton i gornji polutalas drugog tona dobijena vrednost y_F/b manja od 0.1, čime je početna pretpostavka potvrđena i iteracija nije bila potrebna. Za donji polutalas drugog tona oscilovanja, izračunata vrednost $y_F/b = 0.133$ prevazilazi pretpostavljeni opseg $y_F/b < 0.1$, te je neophodno sprovesti dodatne iterativne korake. Iterativni postupak je opisan u 2.4, a prikazan u Tabeli 5.

Tabela 5: Iterativni postupak

Iteracija	$(y_F/b)_{\text{pretpostavljeno}}$	K_w	$(y_F/b)_{\text{dobijeno}}$	$y_{F,\max}$ [mm]
1	< 0.1	0.275	0.133	73.48
2	0.133	0.282	0.136	75.14
3	0.136	0.2828	0.13672	75.54
4	0.13672	0.2831	0.13687	75.62
5	0.13687	0.28312	0.136883	75.63

Za donji polutalas drugog tona oscilovanja iterativni postupak je konvergirao u četvrtoj iteraciji, pri čemu je usvojena konačna amplituda $y_{F,\max} = 75.63$ mm, što odgovara opsegu $0.1 < y_F/b < 0.6$. Može se primetiti da je primenom iterativnog postupka $y_{F,\max}$ povećano, i ovo povećanje iznosi oko 3%.

4. ANALIZA REZULTATA I ZAKLJUČAK

U radu je prikazana procedura proračuna maksimalnih amplituda poprečnih oscilacija vitke konzolne konstrukcije promenljivog kružnog poprečnog preseka usled odvajanja vrtloga, prema Pristupu 1 iz Priloga E standarda SRPS EN 1991-1-4, na primeru reflektorskog stuba visine 39.3 m u fazi izgradnje.

Kritične brzine vetra za oba posmatrana tona oscilovanja nalaze se u opsegu od 1.30 m/s do 8.06 m/s, ispod karakteristične srednje brzine vetra na lokaciji na datoj visini preseka konstrukcije, dakle rezonantni efekti su mogući i kontrola je neophodna.

Analiza je potvrdila da proračunska procedura po svojoj prirodi zahteva iterativni postupak, koji proističe iz međuzavisnosti amplitude oscilacija y_F i efektivne dužine korelacije L_j . Za donji polutalas drugog tona, iteracija je konvergirala u četvrtoj iteraciji na vrednost $y_{F,\max} = 75.63$ mm, što je za oko 3% više od vrednosti dobijene pri početnoj pretpostavci malih amplituda. Ovo ukazuje da zanemarivanje iterativnog postupka vodi ka nekonzervativnim rezultatima.

Prikazana procedura omogućava pouzdano određivanje maksimalnih amplituda poprečnih oscilacija usled odvajanja vrtloga i predstavlja osnovu za dalju procenu dinamičkog odgovora i zamora vitkih čeličnih konstrukcija. Buduća istraživanja mogu biti usmerena ka povezivanju proračuna prema Prilogu E sa analizom zamora, kao i poređenju rezultata sa numeričkim i eksperimentalnim ispitivanjima.

ACKNOWLEDGMENTS

This research is financially supported by the Ministry of Science, Technological Development and Innovation of the Republic of Serbia, under the project 200092.

REFERENCES

- [1] SRPS EN 1991-1-4: 2012: Еврокод 1: Дејства на конструкције — Део 1-4: Општа дејства — Дејства ветра. Институт за стандардизацију Србије, Београд, 2012.
- [2] Rakočević M., Popović S. Calculation procedure for determining wind action from vortex-induced vibration with verification of fatigue strength of steel structures, Journal of Civil Engineering, DOI: 10.14256/JCE.2125.2017, 2017.
- [3] Simiu E, Scanlan RH. Wind Effects on Structures: Fundamentals and Applications to Design. 3rd ed. New York: John Wiley & Sons; 1996.
- [4] S. Brčić. Uticaj vetra na konstrukcije, Savremeni problemi dinamike inženjerskih konstrukcija, pages 581-693. JGC, GRF, Beograd, 1982.

- [5] Ruscheweyh, H., Sedlacek, G.: Cross-wind vibrations of steel stacks - Critical comparisons between some recently proposed codes, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 33 (1988), pp. 173-183.
- [6] Vickery, B.J., Basu, R.I.: Across-wind vibrations of structures of circular cross-section. Part I - Development of a mathematical model for two-dimensional conditions. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 12 (1983), pp. 49-73.
- [7] AS/NZS 1170.2:2002, Australian/New Zealand Standard, Structural design actions, Part 2: Wind Actions, 2005.
- [8] Model Code for Steel Chimneys - the CICIND Chimney Standard, ISBN 1-902998-16-2, Revision 2010, Zürich, Switzerland.
- [9] NRCC 48192, National Research Council Canada, User's Guide NBC 2005 Structural Commentaries (Part 4 of Division B), ISBN 0-660-19506-2, 1993.