

doi: 10.67563/ASESCONF2026008V

Mirko Vojinović¹, Ivana Tadić²

EXPERIMENTAL AND NUMERICAL ANALYSIS OF THE DYNAMIC RESPONSE OF A RAILWAY VIADUCT

Summary: This paper presents the development and validation of a numerical model of a railway viaduct at km 117+155 on the Novi Sad–Subotica railway line based on dynamic load testing. The study focuses on prestressed concrete box-girder spans of 23.5 m and 31.5 m. The model was developed in MIDAS Civil, while the influence of the time increment and modal damping ratio on the dynamic response was investigated. Validation was performed by comparing the maximum vertical accelerations obtained numerically with those measured during load testing under a freight train. The results showed good agreement, with relative differences of approximately 2–5%. The validated model was then used to predict the dynamic behaviour of the structure under a STADLER passenger train, which was unavailable during testing. The proposed methodology enables reliable assessment of structural dynamic behaviour under operating conditions that could not be investigated experimentally.

Keywords: railway bridge, dynamic analysis, load testing, numerical modelling, model validation, vertical acceleration

EKSPERIMENTALNA I NUMERIČKA ANALIZA DINAMIČKOG PONAŠANJA ŽELJEZNIČKOG VIJADUKTA

Rezime: U radu je prikazan razvoj i validacija numeričkog modela željezničkog vijadukta na km 117+155 na pruzi Novi Sad–Subotica primjenom rezultata dinamičkog probnog opterećenja. Analiza je obuhvatila armiranobetonske prednapregnute sandučaste raspone dužine 23,5 m i 31,5 m. Numerički model razvijen je u programu MIDAS Civil, pri čemu je analiziran uticaj vremenskog inkrementa i modalnog prigušenja na rezultate dinamičke analize. Validacija modela izvršena je poređenjem maksimalnih vertikalnih ubrzanja dobijenih numeričkom analizom i eksperimentalnim ispitivanjem. Dobijena odstupanja od približno 2–5% potvrđuju pouzdanost razvijenog modela. Validovani model potom je primijenjen za analizu dinamičkog ponašanja konstrukcije pri prolasku putničkog voza STADLER, koji nije bio dostupan tokom probnog opterećenja. Prikazana metodologija omogućava pouzdanu procjenu dinamičkog ponašanja konstrukcije u uslovima koji nisu mogli biti neposredno obuhvaćeni eksperimentalnim ispitivanjem.

Ključne reči: željeznički most, dinamička analiza, probno opterećenje, numeričko modeliranje, validacija modela, vertikalno ubrzanje

¹ DB Inženjering, vojnin.mirko@gmail.com

² DB Inženjering

1. UVOD

Dinamički efekti predstavljaju jedan od ključnih aspekata projektovanja i ocjene stanja željezničkih mostova, naročito na prugama predviđenim za saobraćaj vozova velikih brzina. Za razliku od statičkog opterećenja, prolazak voza izaziva vremenski promjenljivo dejstvo čiji intenzitet zavisi od karakteristika konstrukcije, vozne kompozicije, brzine kretanja, stanja kolosijeka i interakcije sistema voz–kolosijek–most [1]. Zbog toga procjena dinamičkog odgovora konstrukcije predstavlja sastavni dio projektovanja, ispitivanja i ocjene upotrebljivosti željezničkih mostova.

Savremene numeričke metode omogućavaju pouzdanu simulaciju dinamičkog ponašanja mostovskih konstrukcija, ali njihova tačnost zavisi od pravilno definisanog proračunskog modela. Pored geometrije, materijalnih karakteristika i graničnih uslova, značajan uticaj na rezultate imaju parametri dinamičke analize, poput vremenskog inkrementa i modalnog prigušenja, čiji izbor zahtijeva dodatnu analizu i validaciju na osnovu eksperimentalnih rezultata [2].

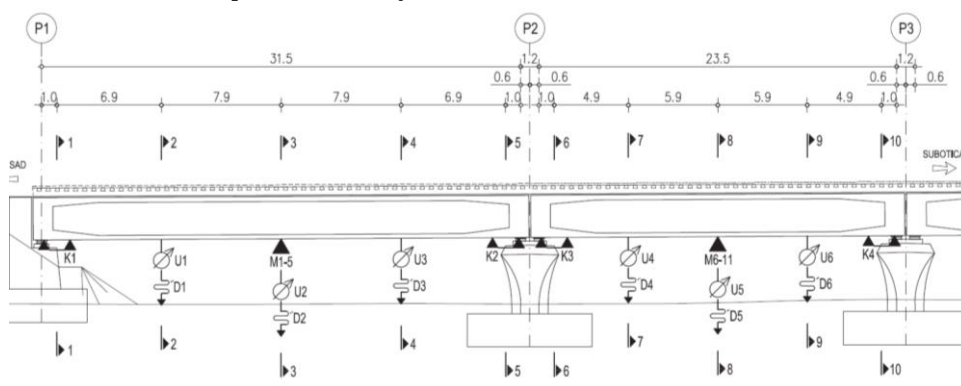
Istraživanje je sprovedeno na željezničkom vijaduktu na km 117+155 u okviru pruge Novi Sad–Subotica. Analiza je obuhvatila armiranobetonske prednapregnute sandučaste raspone dužine 23,5 m i 31,5 m, dok je dinamičko probno opterećenje izvršeno prolaskom teretnog voza pri različitim brzinama kretanja. Kao osnovni parametar za ocjenu dinamičkog odgovora usvojena su maksimalna vertikalna ubrzanja konstrukcije.

Na osnovu projektne dokumentacije i rezultata dinamičkog ispitivanja razvijen je prostorni numerički model u programskom paketu MIDAS Civil. Analizom uticaja vremenskog inkrementa i modalnog prigušenja usvojeni su parametri koji obezbjeđuju najbolje poklapanje između numeričkih i eksperimentalnih rezultata, čime je izvršena validacija modela.

Doprinos rada ogleda se u razvoju i validaciji numeričkog modela željezničkog vijadukta, kao i u njegovoj primjeni za analizu dinamičkog ponašanja konstrukcije pri prolasku putničkog voza STADLER, koji nije bio dostupan tokom probnog opterećenja. Prikazana metodologija omogućava da se rezultati eksperimentalnog ispitivanja iskoriste ne samo za validaciju modela, već i za pouzdanu procjenu dinamičkog ponašanja konstrukcije u uslovima realne eksploatacije.

2. OPIS VIJADUKTA I PROGRAM DINAMIČKOG ISPITIVANJA

Predmet istraživanja je željeznički vijadukt na km 117+155 na dionici Novi Sad–Subotica, izgrađen u sklopu modernizacije željezničke infrastrukture za saobraćaj putničkih vozova velikih brzina. Konstrukciju vijadukta čine armiranobetonski prednapregnuti sandučasti nosači raspona 23,5 m i 31,5 m, kao i čelična rešetkasta konstrukcija raspona 48,75 m. S obzirom na ograničen obim rada, analiza je usmjerena na armiranobetonske raspone, koji predstavljaju najzastupljeniji konstruktivni sistem na predmetnom objektu.



Slika 1: Dispozicija analiziranog dijela vijadukta sa označenim rasponima i mjernim mjestima

Osnovne karakteristike analiziranog vijadukta prikazane su u Tabeli 1.

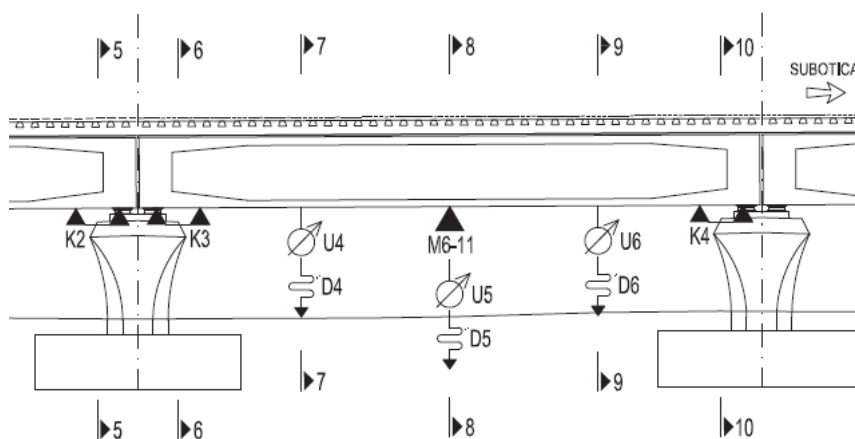
Tabela 1: Osnovne karakteristike analiziranog vijadukta

Karakteristika	Vrijednost
Lokacija	km 117+155
Dionica	Novi Sad – Subotica
Konstruktivni sistem	Prednapregnuti AB sandučasti nosači
Analizirani rasponi	23.5 m i 31.5 m
Metod ispitivanja	SRPS U.M1.046:1985
Program za numeričku analizu	MIDAS Civil
Osnovni parametar analize	Maksimalno vertikalno ubrzanje

U skladu sa zahtjevima standarda SRPS U.M1.046:1985, na konstrukciji je sprovedeno statičko i dinamičko probno opterećenje. U ovom radu analizirani su rezultati dinamičkog ispitivanja, koji su poslužili kao osnova za razvoj i validaciju numeričkog modela.

Dinamičko opterećenje realizovano je prolaskom teretnog voza pri brzinama od 20, 40, 60, 80 i 100 km/h. Prilikom formiranja numeričkog modela usvojena su ista osovinska opterećenja, međusobni razmaci osovina i brzine kretanja kao tokom eksperimentalnog ispitivanja, čime su obezbijeđeni identični uslovi za poređenje eksperimentalnih i numeričkih rezultata.

Za potrebe ispitivanja na konstrukciji su postavljeni akcelometri u karakterističnim presjecima analiziranih raspona. Kao osnovni parametar za ocjenu dinamičkog odgovora usvojena su maksimalna vertikalna ubrzanja, koja omogućavaju poređenje eksperimentalnih i numeričkih rezultata.



Slika 2: Položaj akcelerotmetara i raspored mjernih mjesta na analiziranom rasponu

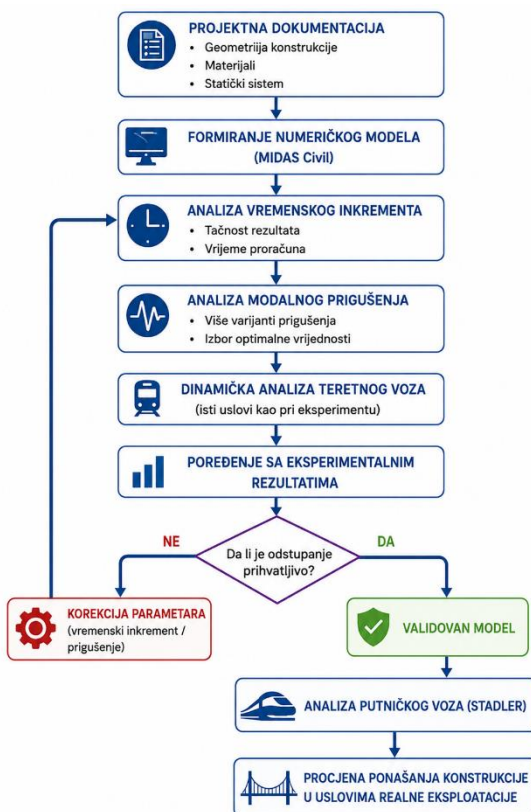
Pored eksperimentalnih mjerenja, analizirana je projektna dokumentacija na osnovu koje su definisane geometrija konstrukcije, materijalne karakteristike, položaj ležišta i ostali parametri neophodni za razvoj numeričkog modela.

3. OPIS VIJADUKTA I PROGRAM DINAMIČKOG ISPITIVANJA

Radi interpretacije rezultata dinamičkog ispitivanja i procjene ponašanja konstrukcije u realnim uslovima eksploatacije, razvijen je prostorni numerički model analiziranih armiranobetonskih raspona. Polaznu osnovu za formiranje modela predstavljala je projektna dokumentacija, na osnovu koje su definisani geometrija konstrukcije, materijalne karakteristike, granični uslovi i statički sistem. Kako se pojedini parametri dinamičke analize ne mogu

neposredno preuzeti iz projektne dokumentacije, njihove vrijednosti određene su analizom osjetljivosti i naknadnom validacijom na osnovu eksperimentalnih rezultata.

Cjelokupan postupak razvoja i validacije numeričkog modela prikazan je na Slici 3.



Slika 3: Metodologija razvoja i validacije numeričkog modela

Razvoj modela obuhvatio je:

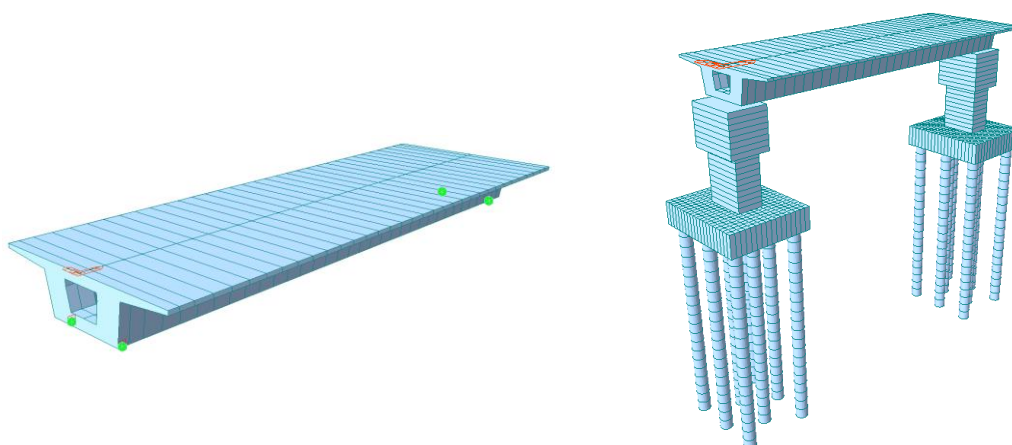
- formiranje prostornog modela konstrukcije;
- analizu osjetljivosti vremenskog inkrementa;
- analizu modalnog prigušenja;
- validaciju modela poređenjem sa rezultatima dinamičkog ispitivanja.

Nakon uspješne validacije, model je primijenjen za analizu dinamičkog ponašanja konstrukcije pri prolasku putničkog voza predviđenog za eksploataciju pruge.

3.1. FORMIRANJE NUMERIČKOG MODELA

Prostorni model razvijen je u programskom paketu MIDAS Civil primjenom linijskih konačnih elemenata. Geometrija konstrukcije, poprečni presjeci, materijalne karakteristike, položaj ležišta i granični uslovi definisani su na osnovu projektne dokumentacije.

Analizom su obuhvaćeni armiranobetonski prednapregnuti sandučasti nosači raspona 23,5 m i 31,5 m. Pokretno opterećenje definisano je u skladu sa kompozicijom teretnog voza korišćenog tokom dinamičkog ispitivanja, pri čemu su u model unijeti stvarni osovinski razmaci, osovinska opterećenja i brzine kretanja. Na taj način obezbijeđeni su identični uslovi analize kao tokom probnog opterećenja.

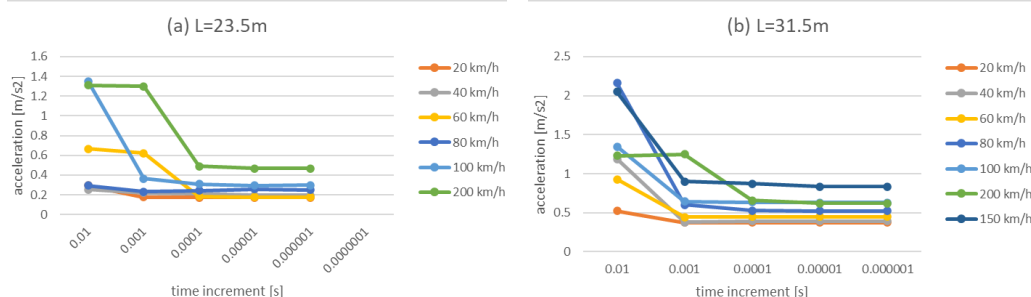


Slika 4: Prostorni model analiziranih raspona u programskom paketu MIDAS Civil

3.2. ANALIZA OSJETLJIVOSTI VREMENSKOG INKREMENTA

Tačnost dinamičke analize pokretnog opterećenja u značajnoj mjeri zavisi od izbora vremenskog inkrementa. Veći vremenski korak skraćuje vrijeme proračuna, ali može dovesti do potcjenjivanja maksimalnog dinamičkog odgovora, dok previše mali korak značajno povećava vrijeme analize, bez osjetnijeg poboljšanja tačnosti.

Zbog toga je sprovedena analiza osjetljivosti kroz više varijanti vremenskog inkrementa. Vremenski korak je postepeno smanjivan, sve dok dalje usitnjavanje nije dovodilo do značajnije promjene maksimalnih vertikalnih ubrzanja.



Slika 5: Uticaj vremenskog inkrementa na maksimalno vertikalno ubrzanje konstrukcije

Kao kriterijum usvojen je vremenski inkrement kod kojeg su rezultati dostigli stanje konvergencije, odnosno kod kojeg je dalje smanjivanje vremenskog koraka imalo zanemarljiv uticaj na maksimalna vertikalna ubrzanja, uz prihvatljivo vrijeme proračuna.

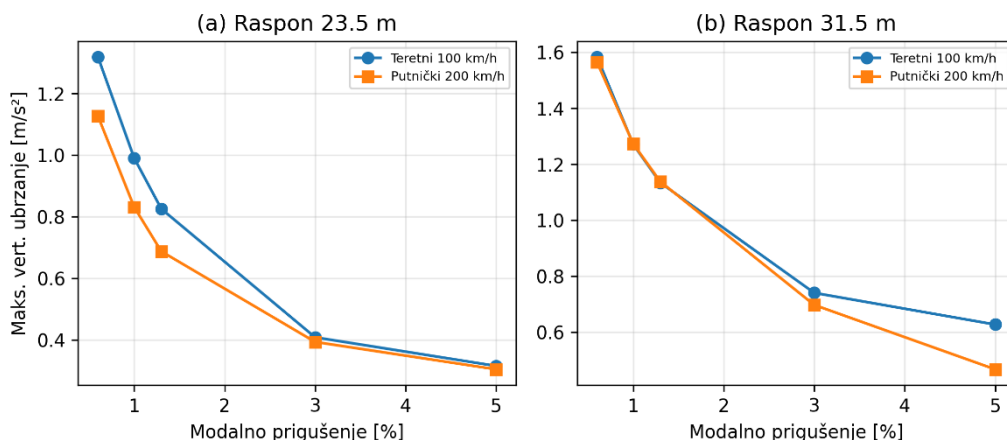
Tabela 2: Uticaj vremenskog inkrementa na maksimalno vertikalno ubrzanje

	L=23	L=31	L=23	L=31	L=23	L=31	L=23	L=31	L=23	L=31
	20 km/h		40 km/h		60 km/h		80 km/h		200 km/h	
Δt [s]										
0.01	0.293	0.525	0.254	1.188	0.667	0.929	0.293	2.162	1.310	1.233
0.001	0.175	0.374	0.221	0.381	0.622	0.446	0.231	0.604	1.300	1.250
0.0001	0.171	0.373	0.210	0.394	0.182	0.451	0.242	0.526	0.489	0.659
0.00001	0.171	0.374	0.194	0.393	0.177	0.449	0.255	0.525	0.466	0.621
0.000001	0.171	0.372	0.193	0.393	0.175	0.449	0.251	0.525	0.465	0.620

3.3. ANALIZA MODALNOG PRIGUŠENJA

Pored vremenskog inkrementa, značajan uticaj na dinamički odgovor konstrukcije ima i modalno prigušenje. S obzirom na to da njegova vrijednost zavisi od karakteristika konstrukcije, stanja kolosijeka i interakcije konstrukcije i pokretnog opterećenja, nije je moguće odrediti na osnovu projektne dokumentacije.

Iz tog razloga sprovedena je serija dinamičkih analiza za više vrijednosti modalnog prigušenja, a dobijena maksimalna vertikalna ubrzanja upoređena su sa rezultatima eksperimentalnog ispitivanja.



Slika 6: Uticaj modalnog prigušenja na maksimalno vertikalno ubrzanje konstrukcije

Sa povećanjem modalnog prigušenja dolazi do smanjenja maksimalnih vertikalnih ubrzanja kod oba analizirana raspona. Kao optimalna, usvojena je vrijednost modalnog prigušenja koja obezbjeđuje najbolje poklapanje numeričkih i eksperimentalnih rezultata. Na taj način formiran je validovan skup parametara za dalju analizu dinamičkog ponašanja konstrukcije.

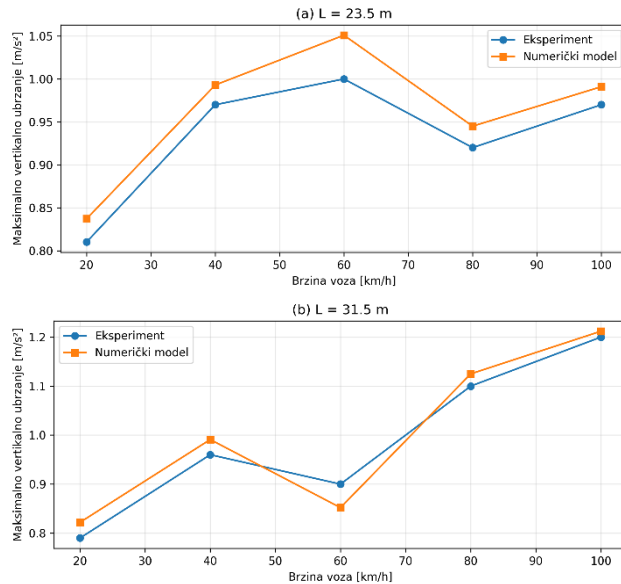
4. VALIDACIJA NUMERIČKOG MODELA

Validacija numeričkog modela izvršena je poređenjem rezultata dinamičke analize sa rezultatima dobijenim tokom probnog opterećenja. U numeričkom modelu primijenjena je ista kompozicija teretnog voza, sa identičnim osovinskim opterećenjima, rasporedom osovina i brzinama kretanja kao tokom eksperimentalnog ispitivanja. Vremenski inkrement i modalno prigušenje usvojeni su na osnovu prethodno sprovedene analize osjetljivosti.

Kao kriterijum validacije usvojena su maksimalna vertikalna ubrzanja izmjerena u sredinama analiziranih raspona. Poređenje je izvršeno za sve ispitivane brzine kretanja voza.

4.1. POREĐENJE EKSPERIMENTALNIH I NUMERIČKIH REZULTATA

Na Slici 7 prikazano je poređenje maksimalnih vertikalnih ubrzanja dobijenih eksperimentalnim ispitivanjem i numeričkom analizom za oba analizirana raspona.



Slika 7: Poređenje eksperimentalnih i numeričkih maksimalnih vertikalnih ubrzanja za analizirane raspone: (a) raspon 23,5 m; (b) raspon 31,5 m

Iz prikazanih rezultata uočava se visok stepen poklapanja eksperimentalno izmjerenih i numerički dobijenih vrijednosti za oba raspona. Pored dobrog slaganja maksimalnih vertikalnih ubrzanja, model uspješno reprodukuje i promjenu dinamičkog odgovora konstrukcije sa povećanjem brzine kretanja voza, što potvrđuje njegovu sposobnost da adekvatno opiše stvarno ponašanje konstrukcije.

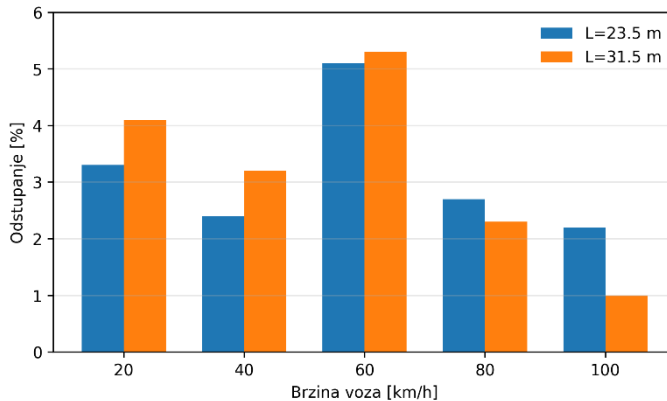
4.2. ANALIZA ODSUPANJA

Radi kvantitativne ocjene kvaliteta modela izvršeno je poređenje eksperimentalnih i numeričkih rezultata za sve analizirane brzine.

Tabela 3: Poređenje eksperimentalnih i numeričkih maksimalnih vertikalnih ubrzanja

Raspon	Brzina (km/h)	Eksperiment (m/s^2)	Numerički model (m/s^2)	Odstupanje (%)
$L=23.5$	20	0.810	0.837	3.3
	40	0.970	0.993	2.4
	60	1.000	1.051	5.1
	80	0.920	0.945	2.7
	100	0.970	0.991	2.2
$L=31.5$	20	0.790	0.822	4.1
	40	0.960	1.033	3.2
	60	0.900	0.852	5.3
	80	1.100	1.125	2.3
	100	1.200	1.292	1.0

Na osnovu rezultata prikazanih u Tabeli 3 određeno je relativno odstupanje između eksperimentalno izmjerenih i numerički dobijenih vrijednosti.



Slika 8: Relativno odstupanje numeričkih rezultata u odnosu na eksperiment

Odstupanja su u svim analiziranim slučajevima mala i uglavnom se kreću u intervalu od 2% do 5%, što predstavlja veoma dobro poklapanje za dinamičke analize pokretnog opterećenja. Takođe, nije uočena tendencija sistematskog precjenjivanja ili potcjenjivanja rezultata, već su odstupanja ravnomjerno raspoređena u čitavom analiziranom opsegu brzina.

Pored veličine maksimalnih vertikalnih ubrzanja, model sa visokom tačnošću reprodukuje i trend promjene dinamičkog odgovora konstrukcije sa povećanjem brzine kretanja voza, što potvrđuje ispravnost usvojenih parametara dinamičke analize.

Na osnovu dobijenih rezultata može se zaključiti da razvijeni numerički model sa dovoljnom tačnošću reprodukuje stvarni dinamički odgovor analizirane konstrukcije i predstavlja pouzdanu osnovu za analizu eksploatacionih scenarija.

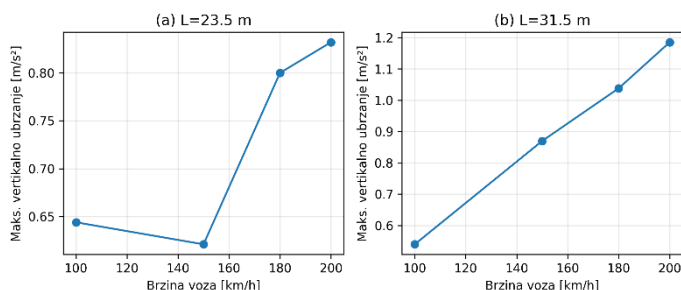
5. PRIMJENA VALIDOVANOG NUMERIČKOG MODELA

Uspješnom validacijom numeričkog modela omogućena je analiza dinamičkog ponašanja konstrukcije u realnim uslovima eksploatacije. Za razliku od probnog opterećenja, koje je izvedeno prolaskom teretnog voza, predmetna pruga namijenjena je saobraćaju putničkih vozova velikih brzina. Kako voz STADLER, predviđen za eksploataciju pruge, nije bio dostupan u vrijeme sprovođenja probnog opterećenja, njegov uticaj na konstrukciju analiziran je primjenom validovanog numeričkog modela.

Prilikom analize zadržani su svi parametri usvojeni tokom postupka validacije, uključujući geometriju konstrukcije, vremenski inkrement, modalno prigušenje i model pokretnog opterećenja, čime je obezbijeđeno da razlike u rezultatima budu isključivo posljedica različitih karakteristika analiziranih voznih kompozicija.

5.1. ANALIZA DINAMIČKOG ODGOVORA PRI PROLASKU PUTNIČKOG VOZA

Dinamička analiza izvršena je za voz STADLER, a kao osnovni parametar za ocjenu dinamičkog ponašanja usvojena su maksimalna vertikalna ubrzanja.

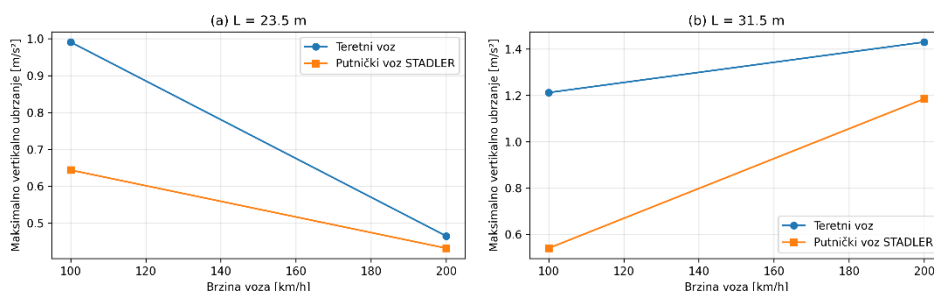


Slika 9: Maksimalna vertikalna ubrzanja konstrukcije pri prolasku putničkog voza STADLER

Rezultati pokazuju da maksimalna vertikalna ubrzanja ostaju u dozvoljenim granicama u čitavom analiziranom opsegu brzina, bez pojave izraženih rezonantnih efekata. Dobijeni rezultati potvrđuju da konstrukcija ispunjava zahtjeve dinamičke upotrebljivosti u projektovanim uslovima eksploatacije.

5.2. POREĐENJE REZULTATA SA PROBNIM OPTEREĆENJEM

Radi ocjene reprezentativnosti probnog opterećenja izvršeno je poređenje maksimalnih vertikalnih ubrzanja dobijenih prolaskom teretnog voza i putničkog voza STADLER.



Slika 10: Poređenje maksimalnih vertikalnih ubrzanja konstrukcije pri prolasku teretnog i putničkog voza

Poređenjem rezultata utvrđeno je da teretni voz u svim analiziranim slučajevima izaziva veća maksimalna vertikalna ubrzanja od putničkog voza. Iako se putnička kompozicija kreće većim brzinama, njena manja osovinska opterećenja uslovljavaju niži dinamički odgovor konstrukcije. To potvrđuje da je kompozicija korišćena tokom probnog opterećenja predstavljala nepovoljniji slučaj opterećenja u odnosu na uslove redovne eksploatacije.

5.3. ZNAČAJ PRIMJENE VALIDOVANOG MODELA

Jedan od najznačajnijih rezultata ovog istraživanja jeste mogućnost primjene validovanog numeričkog modela za analizu eksploatacionih scenarija koji nisu mogli biti obuhvaćeni probnim opterećenjem. Za razliku od uobičajene prakse, u kojoj se rezultati probnog opterećenja koriste isključivo za ocjenu stanja konstrukcije, u ovom radu oni su iskorišćeni kao osnov za razvoj i validaciju modela, čime je omogućena analiza dinamičkog ponašanja konstrukcije pri prolasku voza STADLER bez dodatnih terenskih ispitivanja.

Na taj način rezultati probnog opterećenja dobijaju širu primjenu, jer validovan model predstavlja pouzdan alat za analizu različitih eksploatacionih scenarija i procjenu dinamičkog ponašanja željezničkih mostova u uslovima koji nisu mogli biti neposredno obuhvaćeni eksperimentalnim ispitivanjem.

6. DISKUSIJA

Dobijeni rezultati potvrđuju da eksperimentalno ispitivanje i numeričko modeliranje ne treba posmatrati kao odvojene postupke, već kao komplementarne metode čijom se kombinacijom dobija pouzdanija ocjena dinamičkog ponašanja željezničkih mostova.

Za razliku od uobičajene prakse, u kojoj se rezultati probnog opterećenja koriste isključivo za ocjenu stanja konstrukcije u trenutku ispitivanja, u ovom radu oni su iskorišćeni kao osnov za razvoj i validaciju numeričkog modela. Takav pristup omogućio je analizu eksploatacionih scenarija koji nisu mogli biti obuhvaćeni neposrednim mjerenjem.

Poseban značaj ovog istraživanja ogleda se u činjenici da putnički voz STADLER, predviđen za redovnu eksploataciju predmetne pruge, nije bio dostupan tokom sprovođenja probnog opterećenja. Primjenom validovanog numeričkog modela procijenjeno je dinamičko ponašanje konstrukcije pri prolasku ove kompozicije bez potrebe za dodatnim eksperimentalnim ispitivanjima.

Sprovedena analiza pokazala je i da izbor vremenskog inkrementa i modalnog prigušenja ima značajan uticaj na rezultate dinamičke analize pokretnog opterećenja. Sistematskim izborom ovih parametara dobijen je model koji sa visokom tačnošću reprodukuje stvarni dinamički odgovor konstrukcije.

Prikazana metodologija može se primijeniti i kod drugih željezničkih mostova kod kojih nije moguće eksperimentalno ispitati sve uslove eksploatacije, čime validovani numerički model postaje pouzdan alat za analizu različitih eksploatacionih scenarija i ocjenu dinamičke upotrebljivosti konstrukcije.

7. ZAKLJUČAK

U radu je prikazana metodologija razvoja, validacije i primjene numeričkog modela željezničkog vijadukta na osnovu rezultata dinamičkog probnog opterećenja. Razvijen je prostorni numerički model analiziranih armiranobetonskih raspona u programskom paketu MIDAS Civil, a njegova tačnost unaprijeđena je analizom uticaja vremenskog inkrementa i modalnog prigušenja na rezultate dinamičke analize.

Poređenjem rezultata dinamičkog ispitivanja i numeričke analize utvrđeno je dobro poklapanje maksimalnih vertikalnih ubrzanja, pri čemu su relativna odstupanja iznosila približno 2–5%. Dobijeni rezultati pokazuju da razvijeni numerički model sa dovoljnom tačnošću reprodukuje stvarni dinamički odgovor analizirane konstrukcije i može poslužiti kao osnova za analizu eksploatacionih scenarija.

Primjenom validovanog modela analizirano je dinamičko ponašanje konstrukcije pri prolasku putničkog voza STADLER, koji nije bio dostupan tokom sprovođenja probnog opterećenja. Analiza je pokazala da konstrukcija zadovoljava zahtjeve dinamičke upotrebljivosti u projektovanim uslovima eksploatacije, pri čemu su maksimalna vertikalna ubrzanja manja od onih dobijenih pri prolasku teretnog voza.

Glavni doprinos rada ogleda se u prikazanoj metodologiji kojom su rezultati probnog opterećenja iskorišćeni ne samo za validaciju numeričkog modela, već i za procjenu dinamičkog ponašanja konstrukcije u uslovima realne eksploatacije. Takav pristup može poslužiti kao osnova za analizu sličnih željezničkih mostova, uz potrebu njegove dalje provjere na većem broju izvedenih mostova.

REFERENCE

- [1] Romo J, Pérez-Caldentey A, Cuadrado M. High-speed Railway Bridges: Conceptual Design Guide, Ernst & Sohn GmbH, Berlin, 2023.
- [2] Olaszek P, Casas J. R. Practical considerations regarding results from static and dynamic load testing of bridges, *Frontiers in Built Environment*, 5:11, 2019.